

---

# Utilisation of Turbulence as a Source of Excitation During Flutter Flight Tests

GABRIEL COUPRY et GÉRARD PIAZZOLI  
*ONERA, Châtillon-sous-Bagneux (Seine), France*

---

## SUMMARY

After a critical survey of the classical techniques (pulse and harmonic technique) used in flight flutter test, the authors make clear the interest of natural turbulent excitation, with emphasis on the limitation of such a technique. Three methods are proposed which provide the measurement of the damping coefficient of the natural modes from the random response of the structure. In the first method, the damping coefficient is measured with the help of cross-correlation functions; in the second one, the measurement is provided by rejection filters. The third method is based on counting the number of crossings of the response. For all the three methods, an experimental check is proposed.

## RÉSUMÉ

Après un exposé critique des méthodes classiques d'essais en vol de flottement, par excitation impulsionnelle ou harmonique, les auteurs précisent l'intérêt de l'excitation naturelle par la turbulence et les limitations d'une telle méthode. Trois techniques d'analyse des enregistrements de la réponse d'une structure à la turbulence sont proposées. Dans la première, la mesure de l'amortissement des modes est déduite des fonctions d'intercorrélation; dans la seconde, elle est obtenue par l'emploi de filtres de réjection; la dernière méthode utilise un comptage du nombre moyen de zéros de la réponse. Une application expérimentale des trois techniques est présentée.

## 1. INTRODUCTION

Le but des essais en vol de flottement est de vérifier des calculs prévisionnels effectués au stade du projet ou à la suite d'essais au sol. Par la mesure de

l'évolution en fonction de la vitesse des fréquences et amortissements des modes présumés dangereux, ils permettent de s'assurer qu'aucune vitesse critique n'apparaît dans le domaine de vol de l'avion. Des méthodes d'essais, maintenant classiques, ont été mises au point dans divers organismes depuis une quinzaine d'années. Elles sont fondées sur l'analyse de la réponse de l'avion à une excitation, soit impulsionnelle, soit harmonique.

La méthode impulsionnelle est de beaucoup la plus ancienne. Dans une première étape, le pilote excitait la structure par coups dans les commandes et et la réponse en accélération de différents points de la voilure était enregistrée sur papier photographique. Un examen sommaire de l'enregistrement permettait une appréciation, sommaire elle-aussi, du risque de flottement s'il ne concernait que les premiers modes. De gros progrès ont été acquis par l'emploi d'impulseurs à poudre, de poussée et de temps de combustion convenablement choisis. Une certaine sélection des modes excités est alors devenue possible, et l'emploi de l'enregistrement magnétique a permis l'utilisation de méthodes de filtrage sélectif sur le signal inversé<sup>(1)</sup>.

La même évolution se remarque pour les méthodes d'excitation harmonique en vol. Dans une première période, l'excitation a été effectuée par balourd tournant et la réponse, là encore, enregistrée sur papier photographique. Il était possible d'en déduire la courbe de résonance du mode et, par conséquent, son amortissement. Le progrès, dans ce domaine, a été apporté ces dernières années par l'emploi d'excitateurs électrodynamiques<sup>(2)</sup> à suspension sismique, d'encombrement suffisamment faible pour qu'ils puissent être logés dans la voilure. L'adjonction de l'enregistrement magnétique a permis, lors du dépouillement, l'utilisation de techniques d'analyse modernes; le résultat final du travail est un diagramme polaire d'admittance dont l'examen fournit en général une valeur précise de la fréquence et de l'amortissement du mode.

La méthode impulsionnelle et la méthode harmonique sont maintenant d'un usage courant sur prototypes et fournissent habituellement de bons renseignements. Il est cependant nécessaire de remarquer que, si la méthode impulsionnelle présente un intérêt certain lorsque les paramètres de vol évoluent rapidement (par exemple au cours de piqués de survitesse), elle ne peut être que difficilement adaptée aux essais en vol de gros avions. La poussée nécessaire pour l'obtention d'une réponse appréciable de la structure correspond alors à des efforts tranchants prohibitifs. D'autre part, l'essai ne peut être répété qu'un nombre limité de fois au cours d'un même vol et est souvent entaché d'incertitude en raison du bruit de fond dû à la turbulence. L'excitation harmonique ne présente pas ces inconvénients mais est soumise à des contingences gênantes: implantation à bord de l'avion d'une installation électronique encombrante et coûteuse, durée nécessairement longue d'essais stabilisés au cours desquels une ou plusieurs courbes de résonance doivent être balayées, difficulté ou même impossibilité d'exciter aux très basses

fréquences qui correspondent aux premiers modes des gros avions modernes.

En opposition avec ces techniques d'excitation volontaire, nous proposerons dans cette communication trois types d'essais en vol de flottement pour lesquels l'excitation est fournie par l'environnement naturel de l'avion, c'est-à-dire par la turbulence atmosphérique. Ces méthodes ne sont pas, dans notre esprit, destinées à supplanter les méthodes classiques, impulsives ou harmoniques, mais plutôt à les compléter et à élargir leurs possibilités d'emploi. Certains des intérêts de l'excitation par la turbulence sont évidents, par exemple l'absence de tout appareillage embarqué d'excitation, long à installer et coûteux. Le seul instrument nécessaire étant un enregistreur magnétique, il devient ainsi possible d'envisager des campagnes systématiques sur plusieurs avions d'une même série, destinées par exemple, à apprécier l'effet sur le flottement du vieillissement des cellules. Un intérêt moins évident réside dans le fait que la densité spectrale d'énergie de la turbulence est particulièrement riche aux basses fréquences. Il est donc loisible d'espérer que cette source naturelle d'énergie permettra une excitation efficace des modes à très basse fréquence, complétant ainsi utilement un essai harmonique défailant dans ce domaine.

Certains des inconvénients d'une excitation par la turbulence sont eux aussi évidents; il faut d'abord, ce qui est un truisme, qu'il y ait quelque turbulence pour que l'essai ait un sens. Il faut ensuite, puisque le dépouillement est effectué par des méthodes statistiques, qu'un parcours assez long soit effectué dans des conditions de vol stabilisé, tout essai en piqué étant ainsi exclu. Un défaut moins évident réside dans le fait que la turbulence n'assure pas une excitation appropriée de tous les modes d'un avion et que pratiquement les seuls modes à fréquence basse ont une réponse appréciable.

Pour ces diverses raisons, il nous semble que l'utilisation des méthodes que nous allons exposer doit être limitée à des objectifs qui ne sauraient être atteints autrement :

- Complément d'un essai harmonique par excitation des basse fréquences,
- Contrôle de la dispersion de l'amortissement des premiers modes pour plusieurs appareils d'une série,
- Renseignement rapide sur le risque de flottement sur un avion non équipé d'excitateurs.

Trois types de méthodes seront considérés :

(a) une méthode, dite usuelle du fait que son emploi est fondé sur les propriétés classiques des densités spectrales et des fonctions d'auto-corrélation ou d'intercorrélacion.

(b) une méthode, dite de réjection du fait qu'elle est fondée sur l'emploi de filtres 'bouchon' inverses de l'admittance des modes.

(c) une méthode de comptage de zéros indépendante de toute connaissance préalable de la turbulence.

## NOTATIONS

$\phi_p(f)$	densité spectrale d'un paramètre $p$
$E(t)$	excitation aléatoire
$D(t)$	réponse indicielle d'un système linéaire
$ T(if) $	module d'une fonction de transfert
$R_{E_q}(\tau)$	intercorrélacion entre excitation et réponse
$\rho(\tau)$	autocorrélacion de l'excitation
$ Z^*(if) $	fonction de transfert d'un filtre de réjection
$\alpha$	amortissement réduit d'un mode
$\beta$	amortissement réduit d'un filtre
$q(t)$	réponse
$\eta$	variable d'intégration
$\omega_k$	fréquence du $k$ ème mode de pulsation
$\lambda_k$	amortissement du $k$ ème mode de pulsation
$\delta(\tau)$	distribution de dirac
$\mathcal{P}_S$	processus aléatoire
$\mathcal{P}_R$	processus de densité spectrale monotone
$f$	fréquence du mode
$W$	signal aléatoire
$N$	nombre de zéros

## 1. MÉTHODES USUELLES

### 1.1. Pose du problème

Les méthodes dites usuelles sont fondées sur les relations fondamentales de la Mécanique Statistique. Si un système linéaire de réponse indicielle  $D(t)$  et de fonction de transfert  $T(if)$  est excité par un processus aléatoire stationnaire d'ordre deux  $E(t)$  de densité spectrale  $\phi_E(f)$  sa réponse  $q(t)$  est donnée par l'intégrale de Duhamel:

$$q(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t-\eta)D(\eta) d\eta \quad (1)$$

et la densité spectrale  $\phi_s(f)$  de sa réponse s'exprime par:

$$\phi_s(f) = |T(if)|^2 \phi_E(f) \quad (2)$$

Il est possible, à partir de ces formules, de proposer deux méthodes de

détermination de l'amortissement des modes d'une structure, l'une fondée sur la mesure des densités spectrales, l'autre sur la mesure de la fonction d'intercorrélation entre l'excitation et la réponse du système.

### 1.2. Méthode des densités spectrales

La formule (2) semble à première vue donner l'approche la plus satisfaisante au problème de la mesure de l'amortissement en vol des modes d'un avion. Si l'on mesure en effet la densité spectrale  $\phi_E(f)$  d'excitation due ici à la turbulence) et la densité spectrale  $\phi_s(f)$  de l'accélération de la structure en un point, on en déduit immédiatement le carré du module de la fonction de transfert :

$$|T(if)|^2 = \frac{\phi_s(f)}{\phi_E(f)}$$

et une méthode de largeur de bande (analogue à la méthode dite des électriciens) permet d'en déduire l'amortissement du mode.

Cette méthode séduisante présente malheureusement des difficultés d'emploi pratiquement rédhibitoires :

(a) Si la mesure de la densité spectrale de la turbulence semble saine<sup>(3)</sup> aux basses fréquences qui correspondent à la Mécanique du Vol, il est difficile d'ajouter foi aux valeurs obtenues dans la gamme de fréquences correspondant aux modes de déformation de l'avion, en raison de l'imperfection des instruments (girouettes, sondes, etc. . . ) grâce auxquels la turbulence est détectée,

(b) Alors que le spectre de la turbulence est monotone décroissant, la densité spectrale  $\phi_s(f)$  de la réponse est une fonction très variable, qui présente, au voisinage de la fréquence des modes, des crêtes d'autant plus aigües que l'amortissement est plus faible. Les techniques de mesure des densités spectrales — par filtrage sélectif, par comptage des zéros<sup>(4)</sup>, par calcul mécanographique, ne donnent pas une résolution suffisante pour ces phénomènes rapidement évolutifs,

(c) Enfin, il est bien connu que l'emploi de la méthode des électriciens lors de la mesure d'amortissements est soumis à des limitations très sévères dès que deux modes sont couplés sensiblement.

Ces difficultés nous ont amenés à renoncer à l'emploi de la méthode des densités spectrales, ainsi qu'à la méthode similaire des densités spectrales croisées.

### 1.3. Méthode de la fonction d'intercorrélation

Cette méthode est fondée sur l'emploi de la fonction d'intercorrélation

entre l'excitation et la réponse:

$$R_{Eq}(\tau) = \overline{E(t)q(t+\tau)} \quad (3)$$

(le surlignement indiquant une moyenne temporelle).

A l'aide de la formule (1) on montre immédiatement que:

$$R_{Eq}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t+\tau-\eta)E(t)D(\eta) d\eta$$

On reconnaît sous le signe somme la fonction d'autocorrélation de l'excitation:

$$\rho(\tau-\eta) = \overline{E(t+\tau-\eta)E(t)}$$

et, par conséquent:

$$R_{Eq}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\tau-\eta)D(\eta) d\eta \quad (4)$$

Telle quelle, la formule (4) qui se présente sous forme de produit de convolution, ne fournit aucun moyen de mesure des caractéristiques modales. Cependant, des remarques complémentaires sur la nature de l'excitation turbulente nous permettront d'en déduire une méthode pratique de détermination des fréquences et amortissement des modes.

Supposons tout d'abord que nous ayons effectué un filtrage de bande au voisinage de la fréquence du  $k$ ième mode, de pulsation  $\omega_k$  et d'amortissement  $\lambda_k$ . La réponse indicielle  $\tilde{D}(t)$  du signal filtré est alors:

$$\tilde{D}(t) = A \exp(-\lambda_k t) \sin \omega_k t$$

et si l'excitation est non corrélée:

$$\tilde{R}_{Eq}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\tau-\eta)\tilde{D}(\eta) d\eta = \tilde{D}(\tau) = A \exp(-\lambda_k \tau) \sin \omega_k \tau$$

l'intercorrélation entre l'excitation et la réponse filtrée n'est autre que la réponse indicielle du  $k$ ième mode; fréquence et amortissement se mesurent donc directement sur le graphe de  $\tilde{R}_{Eq}(\tau)$ .

La réalité est malheureusement moins simple du fait que la fonction d'autocorrélation de la turbulence ne saurait être assimilée à une distribution de dirac  $\delta(\tau)$ . L'échelle de la turbulence est au contraire suffisamment grande pour que la fonction d'autocorrélation  $\rho(\tau)$  varie peu pendant la durée que met la réponse indicielle  $\tilde{D}(t)$  à s'évanouir pratiquement. Compte tenu du comportement à l'origine de  $\rho(\tau)$ , cette remarque nous amènera à poser, dans l'équation (4):

$$\rho(\tau) = \rho(0) - |\tau| \rho'(0)$$

et il viendra, tous calculs effectués :

$$\tilde{R}_{Eq}(\tau) = A'\rho(\tau) + B'\exp(-\lambda_k\tau)\sin(\omega_k\tau + \phi_k) \quad (5)$$

La fonction d'intercorrélation  $\tilde{R}_{Eq}(\tau)$  se présente donc comme une combinaison linéaire de la fonction d'autocorrélation de l'excitation et d'une sinusoïde amortie d'amortissement et fréquences égaux à ceux du mode. Comme  $\rho(\tau)$  est monotone décroissante dans le domaine des valeurs de  $\tau$  qui nous intéresse, la mesure de  $\omega_k$  et  $\lambda_k$  s'obtient sans difficulté à partir du graphe de  $\tilde{R}_{Eq}(\tau)$ .

Cette méthode n'a malheureusement été appliquée jusqu'ici à aucun essai en vol de flottement, mais son principe a été vérifié de la manière suivante: un enregistrement magnétique de turbulence obtenu à partir d'un essai en vol effectué sur Mystère IV, a servi à exciter une poutre cantilever dont les caractéristiques modales avaient préalablement été mesurées avec grand soin. La réponse  $q(t)$  de la poutre enregistrée elle-même sur bande magnétique, a subi un filtrage de bande au voisinage de la fréquence du second mode, dont les caractéristiques étaient une fréquence de 19.7 c/s et un amortissement réduit de 55%. La fonction d'intercorrélation  $\tilde{R}_{Eq}(\tau)$  entre excitation et sortie filtrée a été mesurée et son graphe est présenté sur la Fig. (1). On en a déduit une fréquence de 19.6 c/s et un amortissement réduit de 58.4%. L'erreur relative sur la mesure de l'amortissement est donc de l'ordre de 6.3%.

Cette méthode est très pratique et permet d'espérer l'obtention rapide de résultats précis. Elle doit être prochainement soumise à un contrôle lors d'essais en vol au cours desquels l'évolution de l'amortissement des différents

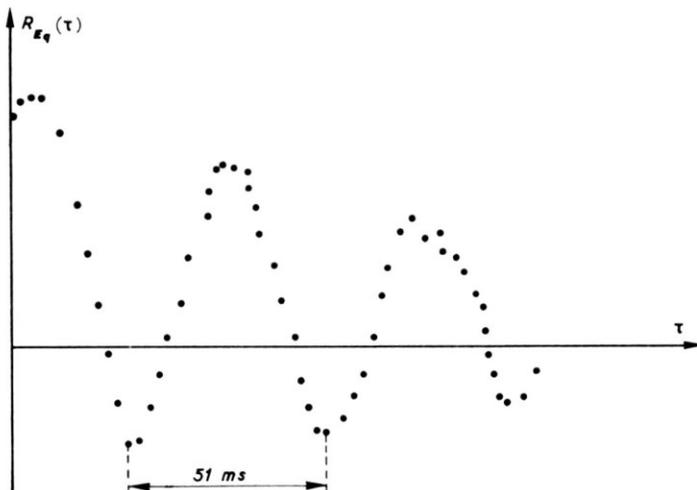


FIG. 1 — Mesure de l'amortissement par la fonction d'intercorrélation

modes sera mesurée parallèlement par la méthode classique de l'excitation harmonique. Il faut cependant noter que son exploitation peut soulever des difficultés dans le cas de la présence de deux modes de fréquences voisines. Tout filtrage préalable est alors inopérant et seule la méthode graphique de séparation proposée par M. Loiseau peut permettre d'espérer une analyse pratique du graphe de  $R_{E_q}(\tau)$ .

## 2. MÉTHODE DE RÉJECTION

### 2.1. Idées générales

La méthode de réjection est fondée sur l'hypothèse suivant laquelle la densité spectrale  $\phi_s(f)$  de la turbulence est une fonction monotone décroissante de la vitesse. Au contraire, la réponse à la turbulence d'une structure est un processus aléatoire  $\mathcal{P}_s$  dont la densité spectrale  $\phi_s(f)$  présente des 'bosses' aux fréquences des différents modes. La méthode proposée est une méthode de zéro en ce sens qu'elle cherche à restituer, à partir de  $\mathcal{P}_s$  un processus  $\mathcal{P}_R$  de densité spectrale monotone. Ce résultat est obtenu par passage de  $\mathcal{P}_s$  à travers une cascade de filtres bouchons de fréquence et amortissement variables. Les valeurs des réglages pour lesquelles la densité spectrale  $\phi_k(f)$  de  $\mathcal{P}_R$  est monotone donnent les fréquences et amortissements des modes de la structure. La méthode est précise, mais nécessite des tâtonnements assez longs.

### 2.2. Exposé de la méthode

Considérons un système à un degré de liberté d'amortissement réduit  $\alpha$  d'admittance  $Z(\alpha, if)$ . Sa réponse à la turbulence sera un processus  $\mathcal{P}_s$  de densité spectrale

$$\phi_s(f) = |Z(\alpha, if)|^2 \phi_E(f)$$

Cette densité spectrale présente une 'bosse' à la fréquence  $f_0$  du mode.

Si nous faisons passer le processus  $\mathcal{P}_s$  dans un filtre bouchon de même fréquence, d'amortissement réduit  $\beta$  dont l'admittance  $Z^*(\beta, if)$  est telle que:

$$|Z^*(\beta, if)| = \frac{1}{|Z(\alpha, if)|}$$

le processus  $\mathcal{P}_R$  de sortie aura pour densité spectrale:

$$\phi_k(f) = \frac{|Z(\alpha, if)|^2}{|Z(\beta, if)|^2} \phi_E(f) \quad (6)$$

L'amortissement réduit  $\alpha$  du mode est la grandeur inconnue recherchée, l'amortissement réduit  $\beta$  du bouchon est variable. On remarque sur l'équation (6) que si  $\beta$  est plus grand que  $\alpha$ ,  $\phi_k(f)$  présentera encore une 'bosse' pour  $f=f_0$ . Si par contre  $\beta$  est plus petit que  $\alpha$ ,  $\phi_k(f)$  présentera un 'creux'. Le réglage de  $\beta$  pour lequel  $\phi_k(f)$  est monotone correspond à :

$$\alpha = \beta$$

On n'a donc qu'à mesurer la valeur de l'amortissement  $\beta$  du filtre de réjection pour laquelle  $\phi_k(f)$  est monotone. On obtient du même coup l'amortissement cherché  $\alpha$  du mode.

L'exposé se généralise sans difficulté au cas de plusieurs modes propres, à la condition tout au moins que ces modes soient suffisamment découplés. Le critère de mesure est dans ce cas la monotonie de  $\phi_k(f)$  au voisinage de  $f_0$

2.3. Description de l'appareillage — (voir schéma bloc — Fig. 2)

L'opérateur — filtre de réjection — est placé dans la chaîne globale de calcul de la densité spectrale *avant* le filtre d'analyse proprement dit. Nous utilisons actuellement pour ce calcul la méthode de comptage des zéros<sup>(4)</sup> et par conséquent les filtres 'passe-bas' à front de coupure variable, mais on pourrait aussi bien utiliser des systèmes filtrants équivalents à des 'passe-bandes' pourvu qu'ils soient suffisamment étroits. Dans les deux cas, on sait que l'interprétation directe de la courbe de *densité spectrale* est impossible puisqu'elle subit une déformation du fait de l'élément d'analyse.

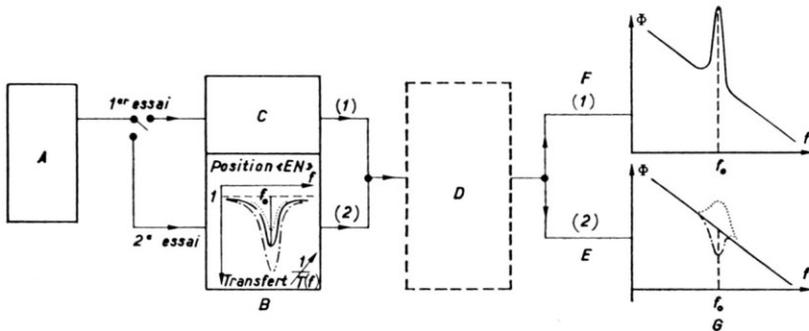


FIG. 2 — Bloc-diagramme de la méthode de réjection  
 Schema — bloc de la méthode de réjection

- |   |                              |
|---|------------------------------|
| A — Boucle magnétique                             | D — Chaîne analyse spectrale |
| B — Filtre de réjection                           | E — Après réjection          |
| C — Position hors circuit<br>fonction transfert 1 | F — Analyse brute            |
|   | G — Courbes de densité       |

*Filtre de réjection.* Le filtre se compose essentiellement d'un pont en double  $T$  incorporé dans la chaîne directe d'un amplificateur contre-réactionné. En jouant sur le gain de l'amplificateur et sur l'amortissement du pont, on obtient pour une *large zone* encadrant la fréquence centrale  $f_0$  un comportement en fréquence qui est l'inverse de celui d'un système linéaire oscillant du second ordre. Le comportement asymptotique — par contre — est différent et pour  $f/f_0 \ll 1$  ou  $f/f_0 \gg 1$  la courbe de réjection tend vers l'unité.

L'amortissement affichable varie de 5% à 100% et la fréquence de 2 Hz à 20 Hz, gamme correspondant aux amortissements et fréquences de structure usuels.

Il existe 3 circuits identiques montés en cascade, ajustables séparément et possédant une sortie commune. Le filtre permet donc la réjection de 3 *modes*, découplés ou moyennement couplés.

Le *réglage fin* des filtres et l'*étalonnage* s'effectuent par multiplication de leur fonction de transfert avec celle de circuits résonants du second ordre; on vérifie que le produit est monotone en fréquence.

*Procédure d'essai.* Le filtre de réjection comprend 2 positions:

*1 position 'hors circuit'* à fonction de transfert  $[I(\omega)]$  qui permet un premier tracé *brut* du spectre. Ce tracé permet de relever les fréquences centrales de résonances  $f_i$  et donne au moins un ordre de grandeur des surtensions.

*1 position 'En'* pour laquelle on affiche les valeurs  $f_i$  et les amortissements correspondants présumés. On reprend quelques points du spectre autour de chacune des fréquences de résonance; si l'amortissement affiché correspond à une réjection trop forte, il existe dans le nouveau spectre une cassure de pente correspondant au passage par un minimum. Si l'amortissement correspond à une réjection trop faible, il subsiste une 'bosse' correspondant à un maximum. Après quelques manipulations, la valeur correcte est trouvée, la convergence étant rapide.

#### 2.4. Résultats obtenus

En plus d'essais de principe effectués avec un simulateur à 3 circuits accordés couplés, nous avons appliqué la méthode à la réponse élastique d'une poutre cantilever, pilotée à travers une chaîne d'amplificateurs et d'excitateurs linéaires, par un signal aléatoire  $W$  représentant la composante verticale de turbulence relevée au cours d'un vol de *Mystère IV A* — et préalablement analysé.

Le capteur de prélèvement était un capteur de vitesse et les *modes* avaient les caractéristiques suivantes — relevées en harmonique.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Flexion 1 noeud} \\ \text{Flexion 2 noeuds} \end{array} \right\} \begin{array}{ll} f_1 = 3.08 \text{ Hz} & \alpha = 56\% \\ f_2 = 19.85 \text{ Hz} & \alpha = 32.2\% \end{array}$$

Après réjection, on obtient les valeurs suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Flexion 1 noeud} \\ \text{Flexion 2 noeuds} \end{array} \right\} \begin{array}{l} f_1 = 3.03 \text{ Hz} \quad \alpha = 54\% \\ f_2 = 19.80 \text{ Hz} \quad \alpha = 33\% \end{array}$$

La réjection est excellente pour tout le spectre de fréquence qui est absolument monotone.

Nous avons ensuite tenté d'analyser la réponse d'un accéléromètre de voilure du MYSTERE IV A (Fig. 3). Cet accéléromètre est placé en bout de voilure, mais pas exactement au droit du Centre de Gravité de l'appareil. Il recueille donc pour une faible part le mouvement de tangage de l'appareil, le mouvement de battement vertical et les déformées élastiques de la structure

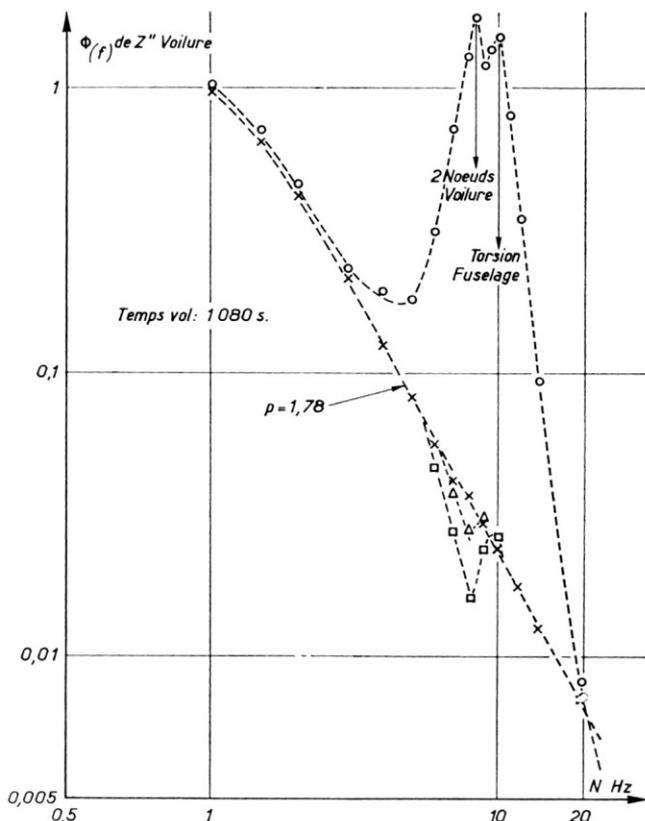


FIG. 3 — Application de la Méthode de réjection

Mystère IV a densité spectrale capteur voilure

○ Sans réjection	Essais	{	△ 1 <sup>e</sup> filtre N = 8.3	- α = 0.070
× avec réjection			□ 1 <sup>e</sup> filtre N = 8.3	- α = 0.050
{ 1 <sup>e</sup> filtre N = 8.3				- α = 0.090
{ 2 <sup>e</sup> filtre N = 10.3				α = 0.050

excitées par les forces généralisées de rafale. L'analyse du spectre de ce capteur et du  $W$  relevé au cours du même vol montre, qu'au-delà de *quelques hertz, les pentes sont sensiblement identiques*. Ceci provient du fait que les termes en  $Z'$  et  $\theta$  de la combinaison linéaire qui conduit au  $W$  sont négligeables pour ces fréquences.

La densité spectrale d'accélération voilure est donc monotone décroissante et localement déformée par les deux modes fondamentaux de l'avion symétrique et antisymétrique:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Flexion 2 noeuds voilure} \\ \text{Torsion — fuselage} \end{array} \right\} \begin{array}{l} N_1 = 8.3 \text{ Hz} \\ N_2 = 10.1 \text{ Hz} \end{array}$$

Les deux modes n'apparaissent pas comme découplés dans la courbe de densité. Nous avons appliqué la méthode avec 2 filtres de réjection et nous trouvons les valeurs suivantes d'amortissement

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 90\% (\pm 5\%) \\ \alpha_2 &= 50\% (\pm 5\%) \end{aligned}$$

Nous ne possédons la valeur théorique calculée que pour la flexion 2 noeuds. Suivant les coefficients aérodynamiques choisis, l'amortissement évolue de 80% à 94%.

*Précision.* La précision de la méthode qui dépend évidemment des qualités de l'ensemble de la chaîne et des performances des passe-bas est à mieux de 5% pour 1 seul mode et à mieux de 10% pour plusieurs modes légèrement couplés.

*Les essais se poursuivent actuellement à partir d'enregistrements — en vol — sur un avion dont les fonctions de transfert sont parfaitement connues, en fonction de la vitesse grâce à un appareillage d'excitation harmonique embarqué.*

### 3. MÉTHODE DE COMPTAGE DES ZÉROS

#### 3.1. Avant-propos

La méthode fondée sur la fonction d'intercorrélation et la méthode des filtres de réjection présentent de nombreux avantages qui ont été précédemment analysés. La méthode de comptage de zéros que nous proposons maintenant est apparue comme une suite logique de l'emploi de la formule de Rice à la détermination des densités spectrales<sup>(5)</sup>. Comme la méthode des filtres de réjection, elle n'exige aucune connaissance préalable des caractéristiques statistiques de la turbulence. Elle a par contre l'avantage de ne nécessiter aucun tâtonnement, et, comme c'est une méthode de comptage, elle est indépendante de tout étalonnage d'appareils. Son emploi ne peut, par contre,

être fait correctement que pour des échantillons de sol plus longs que ceux couramment employés pour les deux autres méthodes.

Le principe de la méthode sera exposé pour un système à un degré de liberté; son extension aux systèmes à plusieurs degrés de liberté et une application expérimentale seront ensuite indiquées.

### 3.2. Principe de la méthode de comptage

Cette méthode est fondée sur l'emploi de la première formule de Rice<sup>(5)</sup> qui indique le nombre moyen de passages par zéro d'un processus aléatoire stationnaire et gaussien :

$$N_0 = \left\{ \frac{\int_0^{+\infty} f^2 \phi_s(f) df}{\int_0^{+\infty} \phi_s(f) df} \right\}^{1/2}$$

Cette formule est valable pour les processus localement stationnaires et gaussiens et peut être étendue<sup>(4)</sup> sans difficulté à une classe très large de processus stationnaires.

Cherchons d'abord à déterminer l'amortissement réduit  $\alpha$  d'un système à seul degré de liberté, dont l'admittance est de la forme :

$$Z(if) = \frac{kf^p}{f^2 - f_0^2 + 2i\alpha f_0 f}$$

l'exposant  $p$  étant égal à 0,1 ou 2 suivant que l'on s'intéresse à la réponse en déplacement, vitesse ou accélération.

Si cette structure est soumise, du fait, de son environnement, à un processus aléatoire  $\mathcal{P}_s$  de densité spectrale :

$$\phi_s(f) = |Z(if)|^2 \phi_E(f)$$

Nous supposons que le seul renseignement que nous possédons est un enregistrement sous forme magnétique de la réponse  $\mathcal{P}_s$  de la structure à l'environnement, le caractère aléatoire de ce dernier étant admis mais inconnu.

Envoyons cet enregistrement dans un filtre de fréquence  $f_1$  et d'amortissement réduit  $\beta$  connus. Pour chaque valeur de  $f_1$  l'admittance  $\mathcal{P}(if)$  du filtre a pour expression :

$$T(if) = \frac{L}{f^2 - f_1^2 + 2i\beta f_1 f}$$

La réponse du filtre sélectif excité par la réponse aléatoire  $\mathcal{P}_s$  de la structure est elle-même une fonction aléatoire  $\mathcal{P}_F$  de densité spectrale :

$$\phi_F(f) = |T(if)Z(if)|^2 \phi_s(f)$$

et le nombre moyen de zéros par seconde de  $\mathcal{P}_F$  avec une pente de signe donné, s'exprime par :

$$N = \left\{ \frac{\int_0^{+\infty} f^2 |T(if)Z(if)|^2 \phi_E(f) df}{\int_0^{+\infty} |T(if)Z(if)|^2 \phi_E(f) df} \right\}^{1/2}$$

Il a été montré<sup>(4)</sup> que l'on pouvait effectuer ces intégrations, si  $\phi_E(f)$  appartenait à l'espace fonctionnel  $S$  en remplaçant la fonction de transfert  $|T(if)Z(if)|^2$  par une distribution de Dirac équivalente, suivant la règle :

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\alpha(A\rho^2 + B)}{(\rho^2 - 1)^2 + 4\alpha^2\rho^2} = \frac{\pi}{4}(A + B)\delta(\rho - 1)$$

Il vient ainsi, tous calculs effectués :

$$\left(\frac{N}{f_0}\right)^2 = \frac{1 + (\alpha/\beta)[\phi_E(f_1)/\phi_E(f_0)](f_1/f_0)^{2p+1}}{1 + (\alpha/\beta)[\phi_E(f_1)/\phi_E(f_0)](f_1/f_0)^{2p-1}}$$

Comme l'amortissement réduit  $\beta$  et la fréquence  $f_1$  du filtre sélectif sont connus, cette formule permet théoriquement, par une mesure de  $N$ , de déterminer l'amortissement  $\alpha$  de la structure si l'on suppose parfaitement connues sa fréquence propre  $f_0$  et la densité spectrale  $\phi_E(f_0)$  de l'excitation qu'elle subit. Toutefois, nous avons insisté précédemment sur le fait que ces grandeurs étaient en général mal connues, et il a par conséquent été nécessaire de rechercher une expression de  $\alpha$  en fonction de  $f_1$  et de  $\beta$  dans laquelle elles n'apparaissent pas.

Pour ce faire, on effectue des mesures successives de  $N$  pour des valeurs variables de la fréquence de filtrage  $f_1$  maintenue voisine de la fréquence estimée du mode :

$$f_1 = f_0 + \delta f$$

Supposant que la densité spectrale  $\phi_E(f)$  du processus  $\mathcal{P}_E$  puisse être correctement représentée, au voisinage de  $f_0$  par le développement du premier ordre :

$$\phi_E(f_1) = \phi_E(f_0) + \phi'_E(f_0)\delta f$$

et posant :

$$N = f_0 + \delta N$$

il vient :

$$\left(\frac{N}{f_0}\right)^2 = \frac{1 + (\alpha/\beta)\{1 + [\phi'_E(f_0)/\phi_E(f_0)]\delta f\}[1 + (\delta f/f_0)]^{2p+1}}{1 + (\alpha/\beta)\{1 + [\phi'_E(f_0)/\phi_E(f_0)]\delta f\}[1 + (\delta f/f_0)]^{2p-1}}$$

soit, après linéarisation, en négligeant les termes en  $\delta f^2$  :

$$\frac{\delta N}{\delta f} = \frac{\alpha/\beta}{1 + \alpha/\beta}$$

et, finalement :

$$\alpha = \beta \frac{\delta N / \delta f}{1 - \delta N / \delta f} \quad (7)$$

Cette formule résout complètement le problème posé: la mesure de  $\delta N / \delta f$  détermine complètement  $\alpha$  puisque  $\beta$  est connu, bien que l'on ignore tout du processus aléatoire  $\mathcal{P}_E$  qui excite la structure.

### 3.3 Extension à plusieurs degrés de liberté

Dans le cas d'une structure à plusieurs degrés de liberté, l'admittance se met sous la forme :

$$Z(if) = \sum_k Z_k(if)$$

avec :

$$Z_k(if) = \frac{K_k f^p}{f^2 - f_k^2 + 2i\alpha_k f}$$

$f_k$  et  $\alpha_k$  étant respectivement la fréquence et l'amortissement réduits du  $k$ ème mode propre.

La densité spectrale  $\phi_F(f)$  de la réponse de la structure (filtrée par passage dans le filtre d'admittance  $T(if)$ ) sera par conséquent :

$$\phi_F(f) = |T(if) \sum_k Z_k(if)|^2 \phi_E(f)$$

Si les fréquences propres sont suffisamment séparées, l'étude de l'amortissement de chaque mode propre pourra se faire par la formule (7) comme s'il était isolé. Si, par contre, deux modes propres ont des fréquences très voisines, il suffira en principe de choisir un filtre d'analyse suffisamment sélectif pour éliminer pratiquement celui des deux modes que l'on désire. On est, bien entendu, limité dans cette voie par la possibilité de réalisation d'un filtre approprié, mais les conditions d'utilisation de cette méthode ne sont en aucun cas plus sévères que celles qui limitent l'emploi des techniques usuelles de mesure de l'amortissement.

### 3.4 Contrôle expérimental de la méthode

La méthode a été contrôlée sur un système à trois degrés de liberté réalisé sur simulateur. Les fréquences propres et amortissements réduits des trois modes étaient respectivement :

$$\begin{cases} f_1 = 13.22 \text{ c/sec}; & \alpha_1 = 20.7 \%, \\ f_2 = 15.84 \text{ c/sec}; & \alpha_2 = 21.3 \%, \\ f_3 = 20.36 \text{ c/sec}; & \alpha_3 = 20.9 \%, \end{cases}$$

Le système a été excité par un enregistrement de turbulences atmosphériques et sa réponse a été enregistrée sur bande magnétique.

L'analyse a été effectuée au moyen d'un filtre sélectif de fréquence variable et d'amortissement réduit constant égal à 50%. Le nombre de zéros (pour 88 s.) du processus filtré  $\mathcal{P}_E$  est reporté en fonction de la fréquence  $f$  de filtrage dans la Fig. (4). Les valeurs des amortissements tirés des pentes  $\delta N/\delta f$  ont été respectivement :

$$\alpha_1 = 23\%; \quad \alpha_2 = 20.9\%; \quad \alpha_3 = 21.6\%$$

L'erreur relative maximum a donc été de 4.7%.

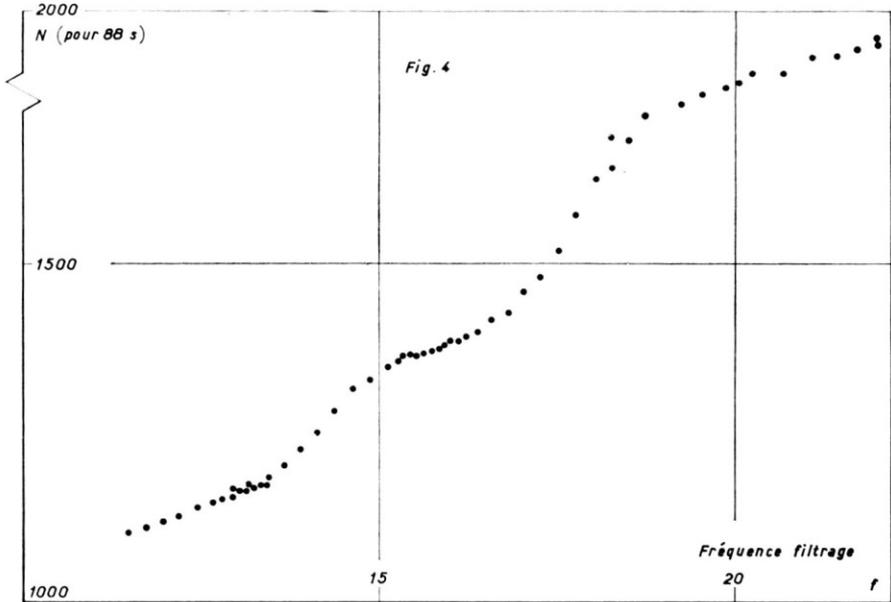


FIG. 4 — Mesure de l'amortissement par la méthode de comptage

Une première application de la méthode à un essai en vol a été faite à la suite des vols en turbulence d'un Mystère IV, l'intérêt étant porté sur le premier mode de flexion de la voilure. La valeur de l'amortissement réduit a été pour plusieurs essais, trouvée égale à :

$$\alpha = 0.080 \pm 0.005$$

Il a été malheureusement impossible de confronter ce résultat vraisemblable avec des valeurs obtenues par les méthodes classiques, l'avion n'étant pas équipé pour ces méthodes.

Le principal intérêt de cette méthode de comptage réside dans le fait qu'il n'est nul besoin de connaître ou de mesurer les caractéristiques statis-

tiques de l'excitation, les mesures se faisant directement sans tâtonnement, sur la réponse enregistrée de la structure. Le principal inconvénient réside dans la longueur des enregistrements nécessaires, la formule de Rice n'étant précise que pour des échantillons de longue durée.

### CONCLUSION

Après un bref historique des méthodes d'essais en vol de flottement, trois méthodes de mesure de l'amortissement des modes propres d'un avion à partir d'enregistrements de sa réponse en turbulence ont été proposées.

La première est fondée sur l'utilisation de la fonction d'intercorrélation entre la turbulence et la réponse de la structure, cette fonction étant pratiquement une sinusoïde amortie de fréquence et amortissements égaux à ceux du mode: son principal inconvénient réside dans le fait qu'elle nécessite une mesure simultanée de la turbulence et de la réponse, donc un équipement relativement important de l'avion. La méthode de réjection évite cette difficulté, puisqu'il suffit, par l'emploi de filtres bouchons de rendre monotone la densité spectrale de réponse; elle présente cependant la difficulté de nécessiter des tâtonnements. La dernière méthode, celle des comptages, est indépendante de toute connaissance de la turbulence et ne nécessite aucun tâtonnement; elle est par contre tributaire de l'obtention d'enregistrement beaucoup plus long.

La philosophie que l'on peut tirer de ces remarques est que ces méthodes ne doivent pas être considérée comme concurrentes, mais comme complémentaires, en particulier dans les conditions d'analyse difficiles qui correspondent à la présence de modes propres de fréquences très voisines.

Il est regrettable que de nombreux essais en vol n'aient pu encore être effectués pour confirmer les résultats favorables obtenus sur poutre ou sur simulateur. Les premières campagnes en vol viennent de commencer et elles permettront seules de s'assurer que les techniques d'excitation par la turbulence pensent compléter utilement les techniques impulsionnelles ou harmoniques.

### REFERENCES

- (1) COUPRY, G., 'Auscultation des structures par percussion,' Communication présentée à l'Association Technique Maritime et Aéronautique (Mai 1957).
- (2) DE VRIES, G., 'Utilisation de vibreurs électrodynamiques pour la mesure en vol de la réponse d'une aile d'avion à une excitation harmonique,' Communication au Panel AGARD des structures — Athènes, sept. 1960.
- (3) ZBROZEK, G. K., 'Aircraft and atmospheric turbulence,' RAE Technical Note Aero 2790 — October 1961.

- (4) COUPRY, G., 'A new method for analysing Random Data,' Communication présentée au IV<sup>e</sup> symposium international sur l'Instrumentation Aérospatiale — Cranfield 21.24 mars 1966 — T. P. ONERA N<sup>o</sup> 330.
- (5) RICE, S. O., 'Mathematical analysis of Random Noise,' Pts I et II Bell Syst. Techn. Journal, XXIII, No. 3, July 1944, pp. 282-332. Pts. III et IV, XXIV, No. 1, Jan. 1945, pp. 46-156.

#### DISCUSSION

*A. van der Neut* (Technological University, Delft, Netherlands): Avec la méthode de réjection l'amortissement du filtre doit être ajusté pour qu'il soit égal à l'amortissement du système mécanique. On a montré l'exemple de la réponse d'un système avec deux fréquences propres très voisines l'une de l'autre, et la réponse filtrée, où les 'bosses' sont parfaitement éliminées. Je comprends ce résultat si les amortissements des deux modes sont égaux. Je voudrais demander à M. Coupry, comment peut-on éliminer les 'bosses' de la réponse si les amortissements des deux modes voisins sont inégaux ?

*Authors*: Contrairement à ce que pense M. Van der Neut, le filtre de réjection n'a pas qu'une cellule, mais trois cellules indépendantes permettant la réjection de trois modes de fréquences et amortissements différents.

*Dr. D. Juričić* (University of Belgrade, Belgrade, Stojana Protića 10, Yugoslavia): Since 1955, when a note about this problem appeared in the 'aeroelasticity' by Prof. Bisplinghoff, I have been interested in it. Unfortunately I was restricted to the scope of theoretical consideration. However, the main difficulties lie in the experimental part, and I am very happy to learn that so many nice experiments have been done in France on this problem.

As for methods presented here I find that the spectral-density and rejection-filters methods have a common basis, the analysis of the power spectrum being in the former analytical or graphical, and in the later of an analogue type. The other two methods need, however, the knowing of natural frequencies of the flying aircraft in advance. As the input power spectrum (turbulence) has no poles or peaks in the domain considered, all the denominators of the flying aircraft transfer function are uniquely contained in the response power spectrum and I think that the effort should be directed to find a suitable method of analysis of the response power spectrum, that would give us the damping and frequencies without knowing the input power spectrum exactly.

I have now a question about the difference between the power spectrum of the atmospheric turbulence and that of the exciting forces. As the aerodynamic operator has the transfer function depending on the reduced frequency, it may happen that on a tapered wing the 'aerodynamic filter'

gives the exciting-forces distribution. Along the span different, by amount and by phase, for each spectral component. This can distort the exciting force power spectrum, depending on the position of the pick-up point. Did the authors consider this fact?

*G. Coupry:* I agree completely with Dr. Juričić's remark about the effect of aerodynamic operator changing the power-spectral density of the output, but I think this effect is included in the modes themselves.